Arv, mida tähistatakse kreeka tähega π, on üks tuntumaid arve matemaatikas ja sellise suuruse olemasolust sai inimkond aimu juba väga ammuses minevikus.

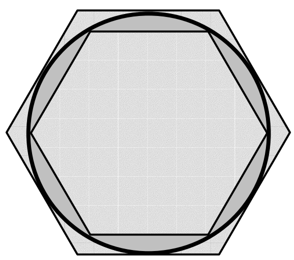
Arv π tähistab ringjoone pikkuse ja selle diameetri suhet, kuid see kerkib sageli esile ka sellistes küsimustes, mis pole ringjoonega näiliselt üldse seotud. Inglise matemaatik, rahvuselt prantslane Augustus De Morgan on XIX sajandil kirjutanud:” Imeline arv 3,14159..., mis ronib sisse uksest, aknast ja katusest.” Aegade jooksul on π-l olnud erinevaid nimesid ning tähistusi ja olgugi, et π on tegelikult arv, on seda ikka tähistatud kas sõna või siis mõne abstraktse sümboli abil.

Esimene teadaolev tõend selle kohta, et π oli endast inimestele märku andnud, leiti nn. Ahmese papüüruselt, mis pärineb umbes 1650. aastast e. m. a. Sellel papüürusel on arvutatud ringi pindala valemi järgi, mis kasutades tänapäevaseid tähistusi, näeks välja järgmiselt: $\left(d-\frac{d}{9}\right)^2$, ja seega annab π väärtuseks murru $\left(\frac{16}{9}\right)^2 \approx 3{,}160...$

π-st leiame jälgi ka Piiblist, kus I Kuningate raamatus (ja ka II Ajaraamatus) on kirjeldatud Kuningas Saalomoni suure templi ehitust (umbes 950 e. m. a.) ning, kus on järgmine salm: “Ja ta valmistas valatud vaskmere, kümme küünart äärest ääreni, täiesti ümmarguse, viis küünart kõrge; kolmekümneküünrane mõõdunöör ulatas selle ümber.” (1 Ku. 7:23; 2 Aj. 4:2) Seega oli π väärtuseks võetud 3, mis isegi tolle aja kohta oli üsna ebatäpne.

India ühe muistseima usu pühast raamatust on leitud juhis, millest võib järeldada, et π väärtuseks võeti Vanas Indias $\sqrt{10} \approx 3{,}162...$

Esimeseks, kes arvutas teoreetiliselt arvu π väärtuse, loetakse Archimedest (287 – 212 e. m. a.). Archimedes kasutas ringi sisse ja ümber joonestatud korrapäraseid $3 \times 2^{n-1}$-küljega hulknurki (ringi pindala jääb puutuja- ja kõõlhulknurga pindalade vahele). Archimedes töötas läbi kõik võimalused alates korrapärastest kuusnurkadest ja lõpetades korrapäraste 96-nurkadega ning leidis, et $3\frac{1}{7} > \pi > 3\frac{10}{71}$. Arvu π lähisväärtust $3\frac{1}{7}$ nimetatakse



Joonis 1

seepärast ka Archimedese arvuks. Archimedese meetod ei ole tähelepanuväärne mitte ainult selle poolest, et tema pakutud π väärtuse puhul ei ületa viga $\frac{1}{71}$, mis on oma aja kohta väga hea saavutus, vaid eelkõige seisneb tema meetodi tähtsus selles, et see võimaldab π väärtust arvutada kuitahes suure täpsusega ning peaaegu kõik taolised arvutused põhinesid järgmised 1800 aastat just sellel meetodil.

Archimedese tulemust ületas üle 700 aasta hiljem täpsuse poolest hiina matemaatik Tsu Chung-Chic (430 – 501), kellest on väga vähe teada peale tema poolt π väärtuseks pakutud murru $\frac{355}{113} = 3{,}141592920354...$, mille kuus komajärgset numbrit langevad kokku π tegeliku väärtusega.

XV sajandi esimesel poolel arvutas matemaatik ja astronoom al-Kaši, kes töötas Samarkandi lähistel, välja arvu π 16 kümnendkohta. Ta kasutas Archimedese meetodit ja jõudis 3×2^{28}-nurksete hulknurkadeni.

Euroopasse tõi renessansiajastu algus värskeid tuuli ning teadused hakkasid taas arenema. Esimeste saavutuste seas on ka mitmed arvu π (lähis)väärtused. Üks esimesi oli John Wallise (1616 – 1703) avaldis π arvutamiseks: $\frac{\pi}{2} = \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot ...$, mis omab siiski vaid teoreetilist tähtsust, sest praktilisteks arvutusteks ei ole see küllalt hõlpus. Enim tuntud on sellest perioodist Wilhelm Leibnizile (1646 – 1716) omistatav (selle avastajana nimetatakse mõnikord küll inglise-šoti matemaatikut J. Gregoryt (1638 – 1675)) lõpmatu rida: $\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + ...$

1706. aastal kasutas inglise matemaatik William Jones esimesena ringjoone pikkuse ja selle diameetri suhte tähistajana sümbolit π. Sümboliks võttis ta esimese tähe kreeka sõnast *περιμετρον*, mis tähistab ümbermõõtu. Laiemalt kasutusele võeti see sümbol pärast seda, kui Euler oli seda oma teostes (esimest korda 1736 teoses *Mechanica sive motus scientia analytice exposita),* kasutanud. Samal aastal täiendas teine matemaatik John Machin Leibnizi (Gregory) valemit arvu π arvutamiseks:

$\frac{\pi}{4} = 4\,arctan\left(\frac{1}{5}\right) - arctan\left(\frac{1}{239}\right)$. Sama põhimõtet (arkustangenseid) kasutatakse ka tänapäeval elektronarvutite abil arvu π arvutamiseks.

1777. aastal avaldas prantsuse loodusteadlane G. L. Leclerc de Buffon π arvutamiseks võtte, mida nimetatakse Buffoni ülesandeks: tasandil on joonestatud rida paralleelseid sirgeid, mis asuvad üksteisest kaugusel *2a*. Juhuslikult visatakse nõel pikkusega *2k* ($k < a$). Osutub, et tõenäosus, et nõel langemisel lõikab mõnda sirget on: $P = \frac{2k}{a\pi}$. Siit $\pi \approx \frac{2kn}{am}$, kus *m* on lõigete arv ja *n* visete arv. Selle valemi põhjal on saadud 34080 viskega π = 3,1415929.

1767. aastal tõestas saksa matemaatik J. H. Lambert, et π on irratsionaalarv, kuid tema tõestus ei olnud päris korrektne. Arvu π irratsionaalsuse tõestas 1794. aastal lõplikult prantsuse matemaatik A. M. legendre, ühtlasi tõestas ta ka arvu π^2 irratsionaalsuse. See ei lõpetanud aga sugugi otsinguid ringjoone sirgestamise probleemi lahendamiseks. Nimelt ei olnud teada, kas irratsionaalarvude hulk piirdub algebraliste arvudega, s.t. arvudega, mis on ratsionaalarvuliste kordajatega algebraliste võrrandite lahenditeks, või on olemas veel teisi, mittealgebralisi irratsionaalarve. Kui oletada, et π on irratsionaalne algebraline arv, siis võiksid esineda algebralised võrrandid irratsionaalarvuliste kordajatega, mis aga tähendaks, et sirkli ja joonlaua abil saaks ringjoont sirgestada. Alles 1844. aastal näitas prantsuse matemaatik J. Liouville, et on olemas irratsionaalarve, mis pole ühegi ratsionaalarvuliste kordajatega algebralise võrrandi lahendeiks. Ta nimetas neid arve transtsendentseteks, s.t. mittealgebralisteks arvudeks. 1882. a. näitas Freiburgi ülikooli professor Ferdinand von Lindemann, et π on transtsendentne arv ning järelikult ei ole ringjoone sirgestamise ülesanne sirkli ja joonlaua abil lahenduv.

Et π arvutamiseks olid mitmed matemaatikud välja pakkunud küllalt häid valemeid, siis jäi üle vaid π väärtust arvutada. Leidus terve rida inimesi, kes ei pidanud paljuks raisata aega ja vaeva π arvutamiseks. Inglane Abraham Sharp leidis 1699. aastal arvule π 72 õiget kohta. Prantslane T. F. de Lagny andis 1719. aastal 127 kohta, hiljem aga selgus, et 113. koha number oli väär – see ilmnes kuulsa austria-jugoslaavia arvutaja ja logaritmitabelite koostaja Georg Vega töö põhjal, kes leidis 1794. aastal 136 õiget kohta arvule πSelle arvu 200 kümnendkohta sai 1844. aastal fenomenaalne saksa arvutaja Zacharias Dase, 250 kümnendkohta aga selleaegne Tartu ülikooli astronoom-vaatleja Thomas Clausen. Inglane William Shanks, alustanud arvutusi 1850, leidis aastaks 1853 arvule π 607 ja aastaks 1873 707 kümnendkohta. Varsti pärast Shanksi arvutustulemuste avaldamist leidis De Morgan kummalise statistilise kõrvalekalde Shanksi poolt arvutatud π kümnendkohtades, kus esines kahtlaselt vähe seitsmeid. Kurioosum leidis lahenduse alles 1945. aastal, kui selgus, et Shanksi arvutustes oli viga 528. kümnendkohast alates. Alates 40.ndate aastate lõpust on arvu π väärtuse arvutamiseks kasutatud elektronarvuteid: 1949. aastal arvutati 2000 kümnendkohta, 1961. aastal juba 100 265 kümnendkohta... Aastal 1991 arvutasid vennad Chudnovskyd New Yorgis arvu π 2 260 321 363 (kaks miljardit kakssada kuuskümmend miljonit kolmsada kakskümmend üks tuhat kolmsada kuuskümmend kolm) kümnendkohta.

π , mis algselt tähistas vaid ringjoone pikkuse ja diameetri suhet, esineb tänapäeva matemaatikas paljudes kõige erinevamates seostes ja valemites, sealhulgas suurepärases Euleri valemis, mis seob omavahel kõik põhilised matemaatilised konstandid: $e^{2\pi i} = 1$, kus $i = \sqrt{-1}$.

π ei oma tähtsust ainuüksi matemaatika seisukohast vaid see arv esineb looduses pea kõikjal: silmnähtavalt on π seotud kuu- ja päikesekettaga taevavõlvil..., pisut liialdades võiks öelda, et DNA topeltheeliks pöörleb ümber π ning hiljaaegu ilmutas π end ka elementaarosakeste füüsikas; π on peidus nii vikerkaares kui ka inimsilmas ja kui vihmapiisk langeb vette, ilmutab π end vees levivates ringides. π on seotud lainete, võnkumiste ning igat liiki spektritega ning sedakaudu isegi värvide ja muusikaga.

Jõhvi Gümnaasium

Kasutatud kirjandus

1. Kärner, O., Levin, A. *Matemaatika ajaloo elemente I* Tallinn 1983
2. Глейзер, Г. И., *История математики в школе IX-X классы* Москва "Просвещение" 1983
3. Witcombe, C. *Notes on Pi (π)* URL=http://witcombe.sbc.edu/earthmysteries/EMPi.html 05.04.04
4. Johnson, C. W., *Ancient PI (π): Knowers of the Universe* URL=http://www.earthmatrix.com/ancient/pi.htm 05.04.04
5. Carothers, N., *The Precomputer History of π* URL=http://personal.bgsu.edu/~carother/pi/Pi2.html 05.04.04
6. Smoller, L., *Did you know...?* URL=http://www.ualr.edu/~lsmoller/pi.html 05.04.04
7. O'Connor, J. J., Robertson, E. F., *A history of Pi* URL=http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Pi_through_the_ages.html 05.04.04
8. *Earliest Uses of Symbols for Constants* URL=http://members.aol.com/jeff570/constants.html 10.04.04